

# RÉUNIONS ET INTERSECTIONS D'ENSEMBLES INTERVALLES DE $\mathbb{R}$

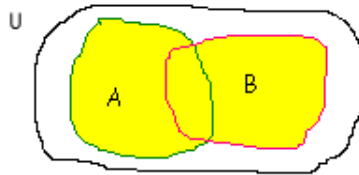
## 1 Réunion et intersection d'ensembles

On considère un ensemble de référence  $U$  et  $A, B$  sont deux sous-ensemble des  $U$ , ce qui s'écrit :

$$A \subseteq U, \quad B \subseteq U$$

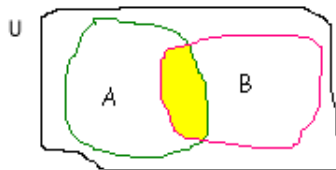
**Définitions :** On appelle *réunion* de  $A$  et  $B$  l'ensemble des éléments qui sont dans  $A$  **OU** dans  $B$ . Ce nouvel ensemble est noté  $A \cup B$ .

Schéma :



On appelle *intersection* de  $A$  et  $B$  l'ensemble des éléments qui sont à la fois dans  $A$  **ET** dans  $B$ . Ce nouvel ensemble est noté  $A \cap B$ .

Schéma :



**EXERCICE 1 :**  $A$  est l'ensemble des lettres du mot MAISON,  $B$  est l'ensemble des lettres du mot MAMAN et  $C$  est l'ensemble des lettres du mot BLEU.

1. Écrire la liste des éléments de  $A \cup B$ ,  $A \cup C$ ,  $A \cup B \cup C$ .
2. Écrire la liste des éléments de  $A \cap B$ ,  $A \cap C$ ,  $A \cap B \cap C$ .

**Définition :** Lorsque deux ensembles  $A$  et  $B$  n'ont aucun élément en commun, on dit qu'ils sont *disjoints* et que leur intersection est l'ensemble *vide*, noté  $\emptyset$ .

## 2 Intervalles de $\mathbb{R}$

### 2.1 Intervalles bornés

**Définition :** Soient  $a$  et  $b$  deux réels tels que  $a < b$ . On appelle :

1. *intervalle fermé*  $[a; b]$  l'ensemble :

$$\{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ et } a \leq x \leq b\}$$

2. *intervalle ouvert*  $]a; b[$  l'ensemble :

$$\{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ et } a < x < b\}$$

3. *intervalle semi-ouvert à gauche*  $]a; b]$  l'ensemble :

$$\{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ et } a < x \leq b\}$$

4. *intervalle semi-ouvert à droite*  $[a; b[$  l'ensemble :

$$\{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ et } a \leq x < b\}$$

**EXERCICE 2 :** Représenter sur axe gradué les intervalles  $I = [2; 4]$ ,  $J = ]-1; 1[$ ,  $K = [3; 4[$  et  $L = ]-2; 5[$

## 2.2 Intervalles non bornés

**Définition :** Soient  $a$  un réel. On appelle :

1. *intervalle fermé*  $[a; +\infty[$  l'ensemble :

$$\{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ et } x \geq a\}$$

2. *intervalle ouvert*  $]a; +\infty[$  l'ensemble :

$$\{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ et } x > a\}$$

3. *intervalle fermé*  $] - \infty; a]$  l'ensemble :

$$\{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ et } x \leq a\}$$

4. *intervalle ouvert*  $] - \infty; a[$  l'ensemble :

$$\{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ et } x < a\}$$

*Remarque* – Dans ce genre d'intervalle, le crochet de l'infini est toujours tourné vers l'extérieur.

**EXERCICE 3 :** Représenter sur un axe gradué les intervalles  $A = ] - \infty; 0]$  et  $B = ]1; +\infty[$ .

**EXERCICE 4 :** Ecrire sous la forme d'un intervalle les ensembles suivant (on reprend les notations des exercices 2 et 3) :

$$I \cup J, \quad I \cap J, \quad I \cup K, \quad A \cap B$$

**EXERCICE 5 :** Ecrire sous la forme d'une réunion d'intervalle disjoints les ensembles  $\mathbb{R} - \{-2; 1\}$  et l'ensemble  $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x < 1 \text{ ou } x \geq 3\}$ .