Devoir à la maison n°7

Corrigé

Exercice 8 p. 233 :

1. (i) Avec le GDC, il apparaît que le point minimum de la courbe de f a pour ordonnée 0 et que le point maximum a pour ordonnée 2. On peut donc prendre $a = -0.5$ et $b = 2.5$ pour obtenir un graphique convenable.
(ii) Lorsque $|x|$ devient très grand, $f(x) \simeq \frac{2x}{x^2} = \frac{2}{x}$.
Cette dernière quantité est alors proche de 0 et donc $f(x)$ est proche de 1.
2. Pour tout x, $f'(x) = -2\dfrac{1 \times (1+x^2) - 2x \times x}{(1+x^2)^2} = \dfrac{2x^2-2}{(1+x^2)^2}$.
3. $f'(x) = 0$ lorsque $x = \pm 1$.
Le GDC montre que le point stationnaire d'abscisse -1 est un maximum, où $y = 2$.
Le GDC montre que le point stationnaire d'abscisse 1 est un maximum, où $y = 0$.
La dérivée seconde f'' est strictement négative en -1 et strictement positive en 1.

Exercice 10 p. 261 :

$\cos^2 A = 1 - \sin^2 A = \frac{144}{169}$. Comme A est obtus, son cosinus est négatif et donc $\cos A = -\frac{12}{13}$.
On obtient $\sin 2A = 2\sin A \cos A = -\frac{120}{169}$.

Exercice 10 p. 278 :

a. Comme $-0.5 \leqslant x \leqslant 3.5$, $x \sin x = 0$ lorsque $x = 0$ ou $x = \pi$.
L'abscisse de A est π.
b. (i) $g'(x) = \sin x + x\cos x$.
(ii) $g'(x) = 0$ donne $\sin x + x \cos x = 0$.
On divise par $\cos x$ qui est non nul lorque $g'(x) = 0$ (voir graphique) et on a alors : $\tan x + x = 0$.
c. $g''(x) = \cos x + \cos x - x\sin x = 2\cos x - x \sin x$.