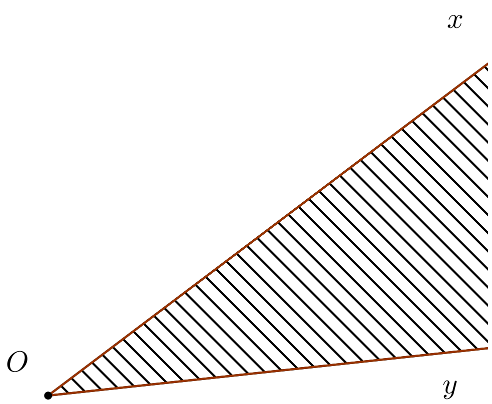
Rappels sur les angles

1 Secteur angulaire - Angle géométrique

Considérons deux demi-droites de même origine O, notées $[Ox)$ et $[Oy)$. Elles déterminent dans le plan deux régions, appelées **secteurs angulaires**.
L'un de ces secteurs est dit **saillant** (il est hachuré sur la figure) et se note $[\widehat{xOy}]$; l'autre est dit **rentrant** et se note $[\overset{\frown}{xOy}]$



> **Définition :** On dit que deux secteurs angulaires représentent le même **angle géométrique** s'ils sont superposables. L'angle géométrique représenté par le secteur saillant $[\widehat{xOy}]$ se note $\widehat{xOy}$ et l'angle géométrique représenté par le secteur rentrant $[\overset{\frown}{xOy}]$ se note $\overset{\frown}{xOy}$.

Remarques et vocabulaires

1. Si les demi-droites $[Ox)$ et $[Oy)$ ont la même direction et le même sens, le secteur $[\widehat{xOy}]$ se réduit à la demi-droite $[Ox)$ et représente l'angle **nul**.
2. Si les demi-droites $[Ox)$ et $[Oy)$ ont la même direction mais sont de sens opposé, les secteurs $[\widehat{xOy}]$ et $[\overset{\frown}{xOy}]$ sont superposables et représentent l'angle **plat**.
3. Si les demi-droites $[Ox)$ et $[Oy)$ sont perpendiculaires, le secteur $[\widehat{xOy}]$ représente l'angle **droit**.
4. Un secteur angulaire est constitué de points du plan ; un angle géométrique est en fait un ensemble dans lequel on met tous les secteurs angulaires superposables.

2 Mesure d'un angle géométrique - Unités de mesure des angles

À chaque angle géométrique, on peut associer un unique **réel positif**, appelé sa mesure.
On utilise en mathématiques principalement deux unités :

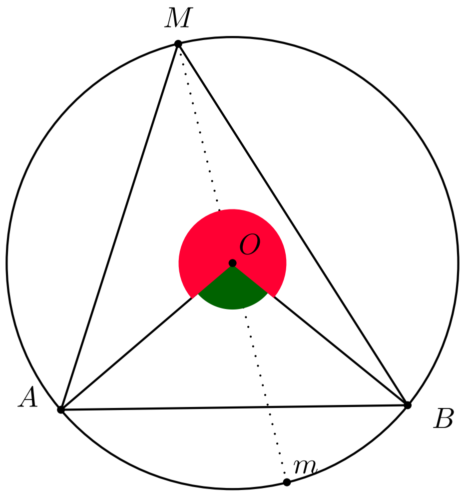
1. le **degré** (noté $^\circ$), de sorte qu'un angle plat mesure 180°. Ainsi, la mesure d'un angle saillant est comprise entre ...... et .... La mesure d'un angle rentrant est comprise entre entre ...... et ....
   On dit qu'un angle est **aigu** lorsque ....
   On dit qu'un angle est **obtus** lorsque ....
   Si un angle est droit, sa mesure est ....
   Si l'angle géométrique $\widehat{xOy}$ mesure α degrés, alors l'angle $\overset{\frown}{xOy}$ mesure ....

2. le **radian** (noté rad), de sorte qu'un angle plat mesure π rad. Ainsi, la mesure d'un angle saillant est comprise entre ...... et ......; La mesure d'un angle rentrant est comprise entre entre ...... et ....
   On dit qu'un angle est **aigu** lorsque ....
   On dit qu'un angle est **obtus** lorsque ....
   Si un angle est droit, sa mesure est ....
   Si l'angle géométrique $\widehat{xOy}$ mesure α rad alors l'angle $\overset{\smile}{xOy}$ mesure ....

On retiendra donc que π rad $= 180^\circ$.

Exercice 1. On considère un triangle équilatéral ABC ; O est le point de concours de ses médiatrices ; I est le milieu du segment $[BC]$.
Donner la mesure en degrés et en radians des angles géométriques $\widehat{CAB}$, $\widehat{COB}$, $\widehat{ABC}$, $\widehat{CAI}$, $\widehat{BIA}$, $\widehat{BIA}$.

3 Angles et cercles



$\mathscr{C}$ est un cercle de centre O et de rayon R.
A, B et M sont trois points de $\mathscr{C}$.
m est le point diamétralement opposé à M.

Vocabulaire :

Le segment $[AB]$ est une **corde** de $\mathscr{C}$.
Les points A et B définissent sur $\mathscr{C}$ deux **arcs de cercle** d'extrémités A et B :

1. l'arc **saillant** $\widehat{AB}$, correspondant au chemin le plus court entre A et B ;
2. l'arc **rentrant** $\overset{\smile}{AB}$, correspondant au chemin le plus long entre A et B.

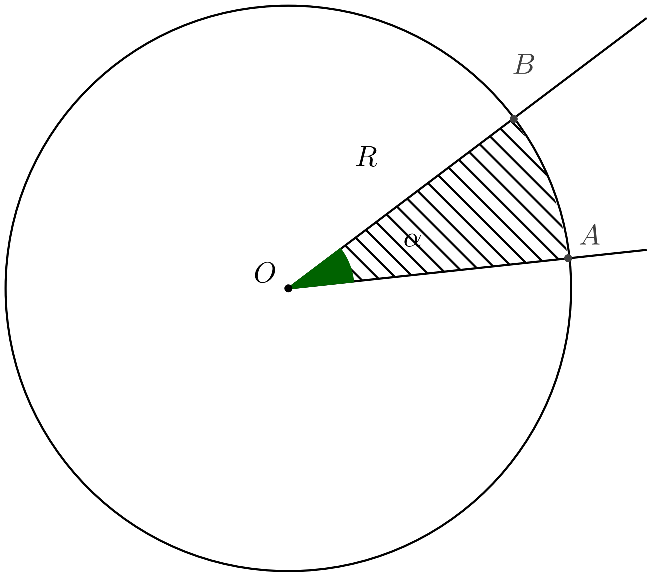
De même, A et B permettent de définir deux angles de même sommet O :

1. l'angle **saillant** $\widehat{AOB}$;
2. l'angle **rentrant** $\overset{\smile}{AOB}$.

On dit que $\widehat{AOB}$ est l'**angle au centre** interceptant l'arc $\widehat{AB}$ et que $\overset{\smile}{AOB}$ est l'angle au centre interceptant l'arc $\overset{\smile}{AB}$.
$\widehat{AMB}$ est UN **angle inscrit** interceptant l'arc $\widehat{AB}$.
$\widehat{AmB}$ est UN **angle inscrit** interceptant l'arc $\overset{\smile}{AB}$.

Remarque
Lorsque A et B sont diamétralement opposés, la longueur de $\widehat{AB}$ est égale à la longueur de $\overset{\smile}{AB}$ et les angles $\widehat{AOB}$ et $\overset{\smile}{AOB}$ ont la même mesure : 180° ou π rad.

Propriétés : la longueur de l'arc $\widehat{AB}$ est proportionnelle à la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$. L'aire du secteur circulaire hachurée est proportionnelle à la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$.



Exercice 2. Dans la figure ci-contre, on a tracé un cercle de de centre O et de rayon R. Exprimer, en fonction de R et α, la longueur de $\widehat{AB}$ et l'aire du secteur circulaire hachuré,

1. lorsque α est en degrés ;
2. lorsque α est en radians.

Quel intérêt voyez-vous au radian ?

Rappels de troisièmes :

Théorèmes :

1. (de l'angle au centre) Si dans un cercle, un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc de cercle, alors ....
....
....
2. (de l'angle inscrit) Si dans un cercle, deux angles inscrits interceptent le même arc de cercle, alors
....
....

Exercice 3. Faire des figures illustrant les deux théorèmes ci-dessus.