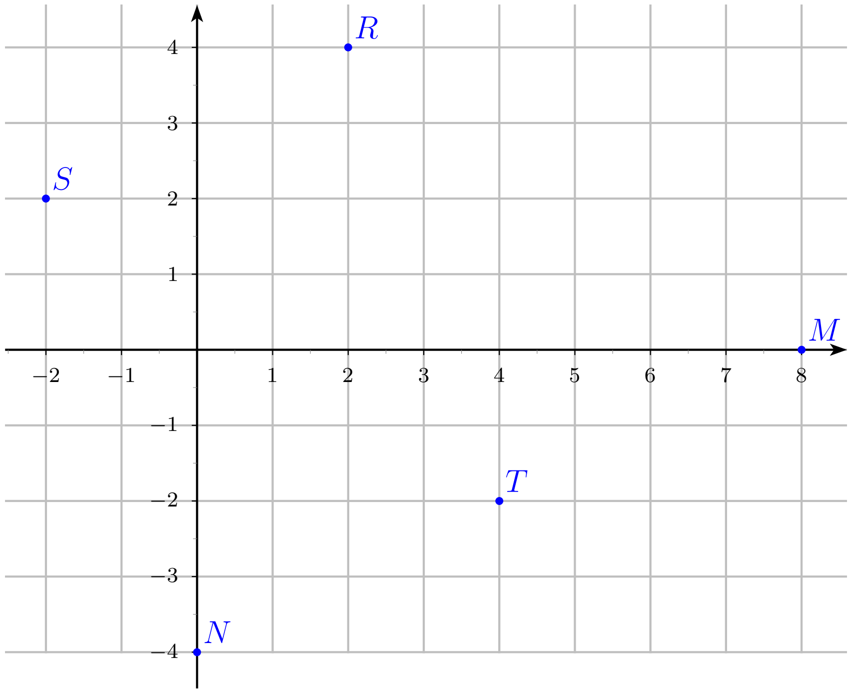
Test n°2 – Durée : 45'

Corrigé

Exercice 1. [9 pts]

Dans un repère du plan, on considère les points $R(2;4)$, $S(-2;2)$ et $T(4;-2)$.

1. Figure :



2. $\overrightarrow{RS}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_S - x_R \\ y_S - y_R \end{pmatrix}$, c'est à dire $\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$.

   $\overrightarrow{RT}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$

3. Le vecteur $\overrightarrow{u}$ a donc pour coordonnées $\begin{pmatrix} -4+2\times 2 \\ -2+2\times(-6) \end{pmatrix}$, c'est-à-dire $\begin{pmatrix} 0 \\ -14 \end{pmatrix}$.

4. (a) $\overrightarrow{RM}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x-2 \\ y-4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{ST}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$.

   Ainsi, $\overrightarrow{RM} = \overrightarrow{ST}$ SSI $x-2=6$ ET $y-4=-4$ SSI $x=8$ ET $y=0$.

   Il existe donc un unique point M répondant au problème. Ses coordonnées sont $(8;0)$.

   (b) Puisque $\overrightarrow{RM} = \overrightarrow{ST}$, $RMTS$ est un parallélogramme.

   (c) Soit P le milieu de $[RT]$: $x_P = \dfrac{2+4}{2} = 6$ et $y_P = \dfrac{4+(-2)}{2} = 3$.

5. Le point N a pour coordonnées $(0;k)$, où k est un nombre réel.

   (a) N est sur l'un des deux axes du repère : puisque l'abscisse de N est nulle, N est sur l'axe des ordonnées.

   (b) Sachant que (SN) et (RT) sont parallèles, les vecteurs $\overrightarrow{SN}$ et $\overrightarrow{RT}$ sont parallèles.

   Or les coordonnées de $\overrightarrow{SN}$ sont $\begin{pmatrix} 2 \\ k-2 \end{pmatrix}$ et celles de $\overrightarrow{RT}$ sont $\begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$. On a alors :

$$2\times(-6) - (k-2)\times 2 = 0$$

ce qui conduit à $k = -4$.
N a pour coordonnées $(0; -4)$.

***

Exercice 2. [5 points]

Dans un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ on considère les points $A(-1; -1)$; $B(2; 8)$; $C(-2; -4)$; $E(-6; 4)$.

1. $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.
   On constate que $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$ et qu'ainsi, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Les points A, B et C sont donc alignés.
2. Prouvons que le triangle ABE est isocèle en B.
   $BE = \sqrt{(-2-7)^2 + (5-8)^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$.
   $AB = \sqrt{3^2 + 9^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$.
   Ce qui prouve bien le résultat.

***

Exercice 3. [6 points]

La population d'une ville est en 2000 de N habitants. (N est un entier naturel non nul).

1. Sachant qu'entre 2000 et 2005, cette population a augmenté de 15 %, la population de la ville en 2005 est $1,15N$.
2. Sachant qu'en 2005, la population de la ville était de 38 180 habitants, on peut écrire : $1,15N = 38180$ d'où $N = \dfrac{38180}{1,15} = 33200$.
3. De 2005 à 2009, la population de la ville revient à son niveau de 2000, c'est-à-dire N habitants. Soit t le pourcentage de diminution la population de 2005 à 2009 :

$$1,15N \times \left(1 - \frac{t}{100}\right) = N$$

$$1 - \frac{t}{100} = \frac{1}{1,15}$$

$$t = 100 \times \left(1 - \frac{1}{1,15}\right)$$

   Ainsi, $t = 13,0\%$.