Devoir à la maison n°2
Corrigé

Exercice 1. 7 page 174

La courbe d'équation $y = 4 - x^2$ coupe l'axe des x lorsque $4 - x^2 = 0$, c'est-à-dire lorsque $x = 2$ ou $x = -2$.
Le volume cherchée est $V = \pi \int_{-2}^{2} y^2 \mathrm{d}x$.
Par symétrie par rapport à l'axe des y, ce volume est donné par :

$$V = 2\pi \int_0^2 y^2 \mathrm{d}x = 2\pi \int_0^2 (x^4 - 8x^2 + 16)\mathrm{d}x = 2\pi \left[\frac{x^5}{5} - \frac{8x^3}{3} + 16x \right]_0^2$$

Finalement, on obtient bien $V = \dfrac{512\pi}{15}$.

Exercice 2. 3 page 174

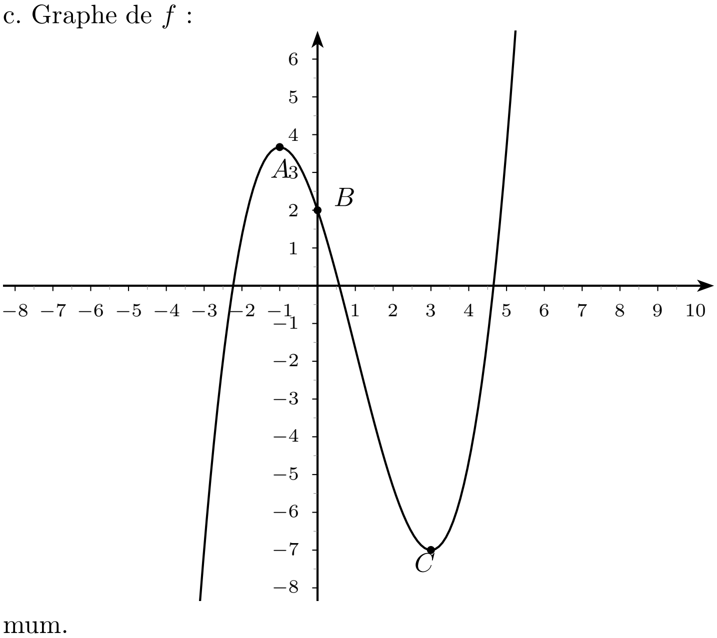
a. $f(x) = 0$ ssi $x = 0$ ou $x = 2$ ou $x = -3$.
L'aire cherchée est $A = \int_{-3}^{0} f(x)\mathrm{d}x - \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \int_{-3}^{2} |f(x)|\,\mathrm{d}x = 21.1$ (3 c.s.)

b. L'intégrale $\int_{-3}^{2} f(x)\mathrm{d}x$ vaut 10.4 (3 c.s.) : on n'obtient pas le même résultat car la fonction f n'est pas de signe constant entre -3 et 2.

Exercice 3. 11 page 174

a. $f''(x) = 2x - 2$ et donc il existe une constante c telle que $f'(x) = x^2 - 2x + c$.
f possède un minimum en 3 et donc $f'(3) = 0$, d'où $3^2 - 2 \times 3 + c = 0$, c'est-à-dire $c = 3$.
$f'(x) = x^2 - 2x - 3$.
Ainsi, $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + k$. Comme $f(3) = -7$ et donc $k = 2$.
$f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + 2$.
b. $f(0) = 2$; $f(-1) = \frac{11}{3}$; $f'(-1) = 0$.

c. Graphe de f :



A est un point maximum ; C est un point minimum.