

## Algorithmique et programmation

**Exercice 1** (Problème de couverture). Vous êtes chargé de l'approvisionnement en Pizza pour la prochaine soirée jeu en ligne. Chaque pizza peut être partagée en 4. Le problème c'est que vos amis n'apprécient pas forcément tous les mêmes pizza et que vous avez aussi une enveloppe financière limitée.

Vous représentez chaque ami sous la forme d'un caractère qui est l'initiale de son prénom. Il y a  $A$  amis et chacun a une initiale différente.

Le marchand propose un certain nombre de pizza. Le nombre de pizza différentes proposées par le marchand est  $N$ .

Chaque pizza est caractérisée par son numéro (entre 1 et  $N$ ), son prix (entre 10 et  $F$  et une liste d'initiales (4 au plus) des amis qui apprécient cette pizza.

Votre enveloppe financière est de  $F$  euros (avec  $F$  plus grand que 15).

Votre but est de choisir un assortiment de pizza qui permette à chacun de vos amis d'avoir au moins une part de pizza qu'il apprécie. Chaque pizza peut être incluse ou non dans l'assortiment mais n'est prise qu'une seule fois.

**Question 1** Écrire la structure pizza. Cette structure a comme champs : son numéro, son prix, et un tableau de 4 caractères au plus représentant les initiales des personnes qui apprécient cette pizza. Écrire la fonction (renvoyant un void) qui initialise une pizza et écrire la fonction qui affiche la pizza.

**Question 2** On veut décrire l'ensemble des assortiments proposés. Chaque assortiment est décrit par un nombre  $b$  compris entre 0 et  $2^N$ . La décomposition en binaire du nombre  $b$  donne les pizzas choisies ou non. Si le  $i$ ème bit est à 0 la pizza n'est pas choisie si il est à 1 elle est choisie. Écrivez la fonction qui en fonction d'un entier  $b$  décrivant l'assortiment affiche l'ensemble des pizza choisies dans l'assortiment. Exemple si  $b$  vaut 21 alors 21 en base 2 vaut 10101 et donc la pizza de numéro 1, la numéro 3, la numéro 5.

**Question 3** Pour mesurer la satisfaction procurée par un assortiment on va construire un tableau de taille  $A$  et de dimension 2. Chaque colonne décrit la satisfaction de chacun de vos amis. La première ligne reprend l'initiale de votre ami et la seconde ligne est un nombre 0 ou 1. Il vaut 0 si parmi les pizza de l'assortiment aucune n'est appréciée par l'ami et 1 sinon.

Dans l'exemple suivant le taux de satisfaction est de 50%. Avec 'e' et 'm' qui sont satisfait.

'c'	'e'	'j'	'm'
0	1	0	1

Écrire la fonction qui en fonction d'un assortiment donné par un nombre construit le tableau des satisfactions

**Question 4** Parcourez l'ensemble des solutions et identifiez celles qui satisfont tous vos amis si elles existent.

**Question 5** Parcourez l'ensemble des solutions et identifiez celles qui satisfont tous vos amis tout en respectant votre enveloppe financière si elles existent.

**Question 6** Ecrivez l'heuristique suivante (une heuristique est un algorithme qui calcule une solution approchée). Pour chacune des pizza, on calcule un indice en divisant le prix par le nombre de personnes qui apprécient cette pizza.

L'algorithme consiste alors à prendre les pizzas en choisissant d'abord celles dont l'indice est le plus petit. L'algorithme s'arrête quand l'enveloppe financière est atteinte

**Question 7** Comparer le résultat obtenu par l'heuristique et le solution optimale si elle existe. Comparer les temps de réalisation de l'énumération totale et le temps de réalisation de l'heuristique.