1. : On donne dans le plan rapporté à un repère orthonormé $A(-1,1)$ et $B(-1,1)$; soit (C) le lieu des points M vérifiant $MA + MB = 2$. Déterminer analytiquement l'équation réduite de (C) . Déterminer son excentricité.

2. : Les coniques confocales.

   On désigne par (C_λ) l'ensemble d'équation $\dfrac{x^2}{\lambda} + \dfrac{y^2}{\lambda - 1} = 1$.

   (a) Etudier la nature de l'ensemble (C_λ) suivant les valeurs de λ et déterminer ses sommets et ses foyers lorsque c'est une conique.

   (b) Montrer qu'en tout point non situé sur les axes passent exactement deux coniques (C_λ) et que les tangentes en ce point sont orthogonales.

   (c) Tracer (C_λ) pour $\lambda = 1/4, 1/2, 2, 4$.

3. :

   (a) On pose $f(x,y) = ax^2 + 2bxy + cy^2 + dx + ey + g$ et on dénomme (C) la courbe d'équation $f(x,y) = 0$.

   Montrer que $M_0(x_0, y_0)$ est centre de symétrie de (C) ssi $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x_0,y_0) = \dfrac{\partial f}{\partial y}(x_0,y_0) = 0$.

   (a) Appliquer à $(C) : x^2 + 8xy - 5y^2 - 28x + 14y + 3 = 0$. Nature et éléments caractéristiques de cette conique.

4. * : Montrer que la courbe $y = x + \dfrac{1}{x}$ est une hyperbole, dont on donnera le centre, les asymptotes, les sommets et les foyers.

5. * : Idem avec la courbe $y = x - \dfrac{1}{x}$.

6. * : Montrer que la courbe (C) d'équation $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ est incluse dans une conique (C') . Etudier cette conique et tracer (C) et (C') .

7. * : Montrer que la réunion (C) des deux courbes (C_1) d'équation $y = x + \sqrt{x}$ et (C_2) d'équation $y = x - \sqrt{x}$ est une parabole dont on donnera le sommet et le paramètre.

8. * : Montrer que la section d'un cylindre de révolution avec un plan est une ellipse ; déterminer l'excentricité de cette ellipse en fonction de l'angle α que fait le plan avec l'axe du cylindre.

9. * : La courbe du seau d'eau.

   Une corde est attachée à une extrémité à un point fixe $A(a,b)$, passe par une poulie fixe $B(-a,-b)$ et est maintenue à la main à l'autre extrémité. Un seau d'eau est suspendu à la corde par une poulie M entre A et B. L'axe Oy est vertical.

   (a) Montrer que la bissectrice de l'angle AMB est verticale.

   (b) En déduire l'équation du lieu de M, et sa nature.

   (c) Faire la liaison avec l'exercice 25 sur les complexes.