

## Condensateur de Lampard

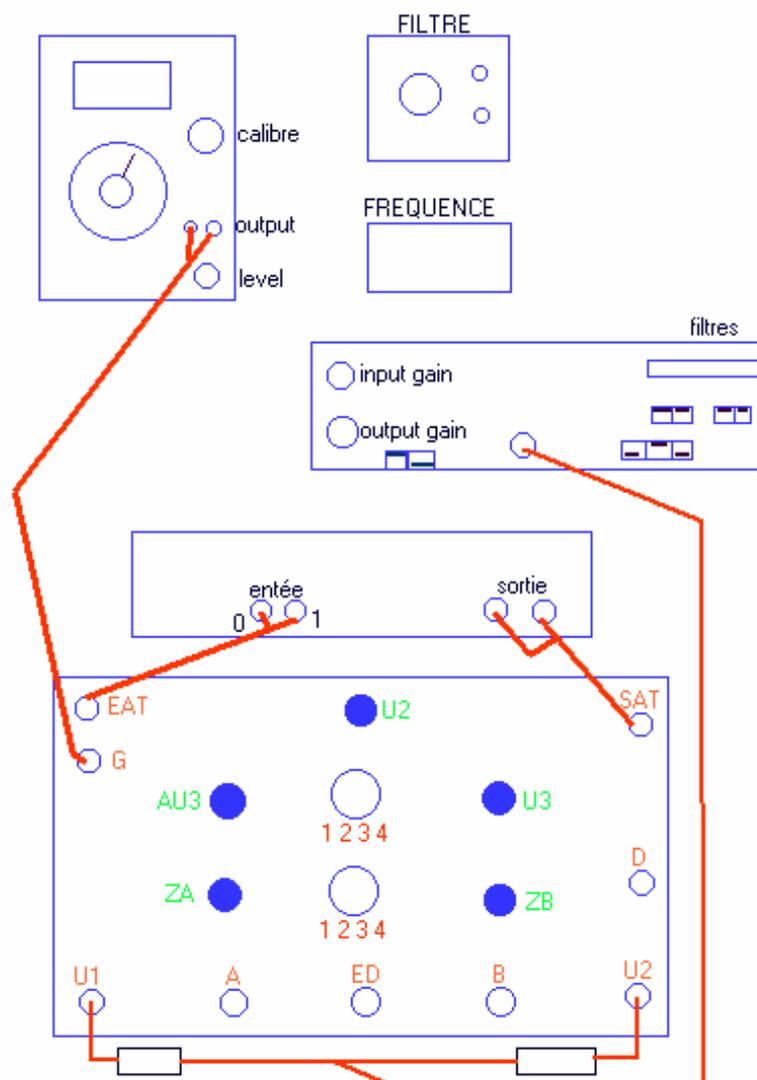
Introduction :

Le condensateur de Lampard est un condensateur dont la capacité est calculable. Il permet d'étalonner des condensateurs soit par substitution, soit à l'aide de ponts de comparaison.

### I. Détermination du facteur de correction K

- On règle la fréquence à 1550Hz avec une tension de 2V seulement.
- On règle le générateur à 20V que l'on vérifie à l'oscilloscope (28.3V crête)
- Il est préférable d'amplifier l'entrée le plus possible et la sortie le moins possible ; on peut enclencher les filtres extérieurs EXT – 22.4Hz – 22.4Khz

Schéma de câblage :



### Manipulation :

Tous les commutateurs du panneau de branchement sont sur la position 1. Les impédances  $Z_1$  et  $Z_2$  sont des résistances d'environ  $22\text{K}\Omega$  notées  $R_1$  et  $R_2$ .

Le réglage de la phase de U2 se fait à l'aide du potentiomètre  $\phi$  U2. On recherche donc à diminuer le signal sur le détecteur en ajustant  $\alpha$  et  $\phi$  U2.

On note la valeur  $\alpha_1=1.019$  (on lit 30mV en entrée)

On inverse ensuite R1 et R2 et on note  $\alpha_2=1.02$  (on lit 40mV en entrée)

Le facteur de correction est alors défini par la relation :  $K = \frac{1}{\sqrt{a_1 a_2}}$

$$K = \frac{1}{\sqrt{1.019 * 1.02}}$$
$$K = 0,980873$$

incertitude sur la valeur de K :

Loi de composition des variances :  $s_k^2 = \left(\frac{\partial K}{\partial a_1}\right)^2 s_{a_1}^2 + \left(\frac{\partial K}{\partial a_2}\right)^2 s_{a_2}^2$  (mesures indépendantes)

$$\frac{\partial K}{\partial a_1} = -\frac{a_2}{2} (a_1 a_2)^{-3/2}$$
$$\frac{\partial K}{\partial a_2} = -\frac{a_1}{2} (a_1 a_2)^{-3/2}$$

et  $s_{a_1}^2 = s_{a_2}^2 = (1.10^{-5})^2$  d'où  $s_k^2 = \frac{s_a^2}{4} \left[ \frac{a_1^2 + a_2^2}{a_1 a_2} \right]$

$$s_k^2 = \frac{(1.10^{-5})^2}{4} \left[ \frac{1,019^2 + 1,02^2}{1,019 * 1,02} \right] = 2,5.10^{-11}$$

donc  **$K=0,980873 \pm 0,000005$**

$$s_k = 5.10^{-6}$$

## II. Vérification de la linéarité et la symétrie de Lampard

La tension du générateur est toujours à 20V. On effectue le montage de la figure 5, c'est à dire que l'impédance  $Z_2$  est constituée d'un condensateur marqué «référence» et l'impédance  $Z_1$  par les barres 1 et 3 de Lampard (2 et 4 étant à la masse à l'aide des bouchons).

Pour 10 position de l'écran G on effectue l'équilibre du pont et l'on relève  $\alpha_{13}$  et  $\alpha_{24}$ .

On place une cale de 25mm et l'on sort l'écran G ; celui ci est presque complètement sorti et on lit sur le vernier 25mm. On va donc effectuer un déplacement de l'écran vers l'intérieur de Lampard ; le vernier n'ayant une course que de 25mm on intercalera des cales.

Pour chaque déplacement « x » on remarque que la valeur de  $\alpha_{13}$  ou  $\alpha_{24}$  est à  $\pm 3.10^{-3}$  (on pourrait augmenter cette précision mais le détecteur devient trop sensible)

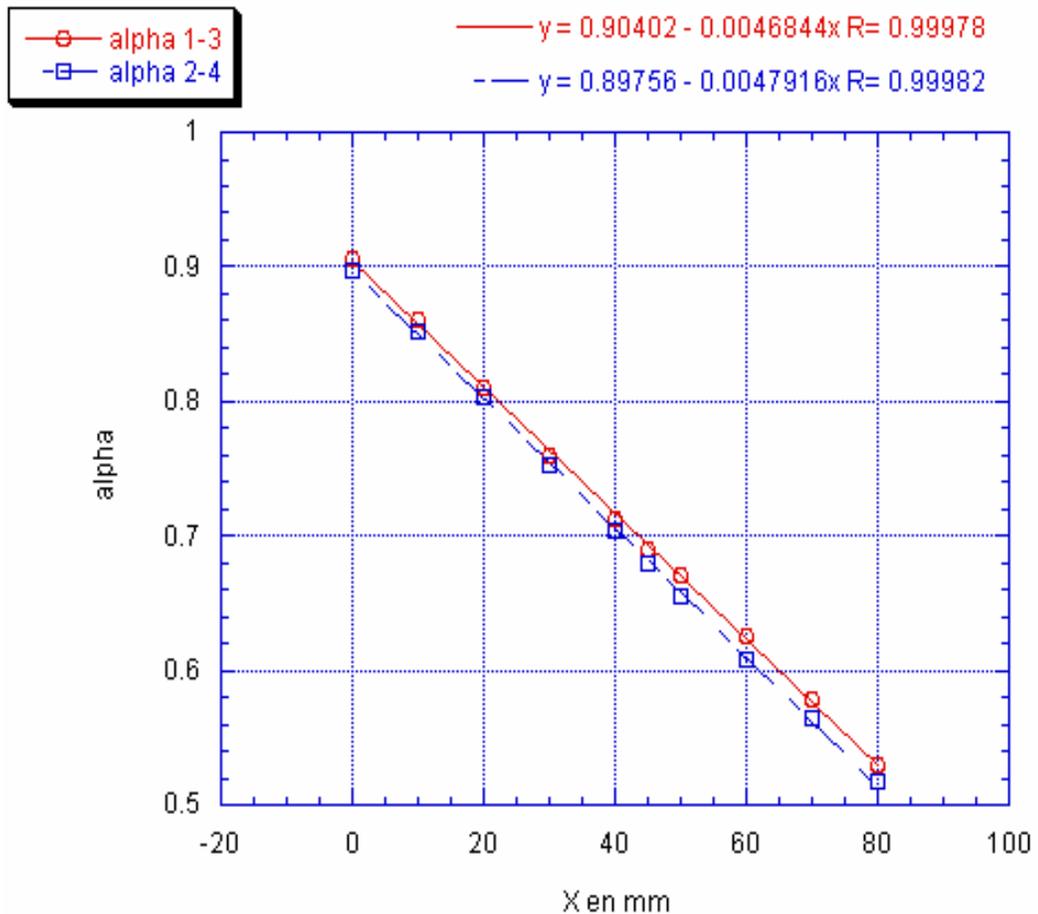
Tableau récapitulatif :

Cale en mm	Lecture vernier en mm	Déplacement en mm	$\alpha_{13}$	$\alpha_{24}$
25	25	0	0.906	0.898
25	15	10	0.86	0.852
25	5	20	0.81	0.804
50	20	30	0.76	0.752
50	10	40	0.713	0.704
50	5	45	0.69	0.58
50	0	50	0.671	0.655
75	20	60	0.625	0.608
75	10	70	0.578	0.565
75	0	80	0.530	0.517

$\alpha_{13}$  et  $\alpha_{24}$   
 $\pm 3.10^{-3}$

Courbes : (fournie en annexe)

### Atténuateur en fonction du déplacement



On détermine maintenant les équations des droites  $\alpha_{13} = A_{13}x + B_{13}$  et  $\alpha_{24} = A_{24}x + B_{24}$

Soit  $Q$  la somme des carrés des résidus :  $Q = \sum_{i=1}^{10} (a_{13i} - A_{13}x_i - B_{13})^2$

Il nous faut déterminer  $A_{13}$  et  $B_{13}$  tel que  $\left. \frac{\partial Q}{\partial A_{13}} \right|_{A_{13}, B_{13}} = 0$  et  $\left. \frac{\partial Q}{\partial B_{13}} \right|_{A_{13}, B_{13}} = 0$

On se propose de résoudre cela par un calcul matriciel dont voici le détail :

*(matrice de conditionnement)*

$$\mathbf{a}_{13} = \begin{pmatrix} 0,908 \\ 0,86 \\ \dots \\ 0,578 \\ 0,53 \end{pmatrix} \quad U = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 10 \\ \dots & \dots \\ 1 & 70 \\ 1 & 80 \end{pmatrix} \quad V = \begin{pmatrix} B \\ A \end{pmatrix} \text{ la résolution nous permettra de trouver } A \text{ et } B.$$

donc  $\mathbf{a}_{13} = U.V = \begin{pmatrix} B + Ax_1 \\ B + Ax_2 \\ \dots \\ B + Ax_9 \\ B + Ax_{10} \end{pmatrix}$  et on sait que  $(U^T U) = \begin{pmatrix} n & \sum x_i \\ \sum x_i & \sum x_i^2 \end{pmatrix}$  et  $U^T \mathbf{a}_{13} = \begin{pmatrix} \sum a_i \\ \sum x_i a_i \end{pmatrix}$

$$\det(U^T U) = n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2$$

$$(U^T U)^{-1} = \frac{1}{\det(U^T U)} \begin{pmatrix} \sum x_i^2 & -\sum x_i \\ -\sum x_i & n \end{pmatrix}$$

on trouve donc  $(U^T U)^{-1} = \frac{1}{60225} \begin{pmatrix} 22425 & -405 \\ -405 & 10 \end{pmatrix}$  et  $U^T \mathbf{a}_{13} = \begin{pmatrix} 7,143 \\ 261,08 \end{pmatrix}$

d'où  $(U^T U)^{-1} U^T \mathbf{a}_{13} = \frac{1}{\det} \begin{pmatrix} \sum x_i^2 \sum a_i - \sum x_i \sum x_i a_i \\ -\sum x_i \sum a_i + n \sum x_i a_i \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \hat{B}_{13} \\ \leftarrow \hat{A}_{13} \end{matrix}$

$(U^T U)^{-1} U^T \mathbf{a}_{13} = \begin{pmatrix} 0,904016 \\ -0,00468435 \end{pmatrix}$  d'où  $\mathbf{a}_{13} = -0.00468435x + 0.904016$

On réalise les mêmes calculs pour l'équation :  $\alpha_{24} = A_{24}x + B_{24}$

Les matrices de départ sont les mêmes sauf celle de  $\alpha_{24}$

$$\mathbf{a}_{24} = \begin{pmatrix} 0,898 \\ 0,852 \\ \dots \\ 0,565 \\ 0,517 \end{pmatrix} \text{ on trouve donc } (U^T U)^{-1} = \frac{1}{60225} \begin{pmatrix} 22425 & -405 \\ -405 & 10 \end{pmatrix} \text{ et } U^T \mathbf{a}_{24} = \begin{pmatrix} \sum \mathbf{a}_i \\ \sum x_i \mathbf{a}_i \end{pmatrix}$$

$$\text{d'où } (U^T U)^{-1} U^T \mathbf{a}_{24} = \frac{1}{\det} \begin{pmatrix} \sum x_i^2 \sum \mathbf{a}_i - \sum x_i \sum x_i \mathbf{a}_i & \leftarrow \hat{B}_{24} \\ -\sum x_i \sum \mathbf{a}_i + n \sum x_i \mathbf{a}_i & \leftarrow \hat{A}_{24} \end{pmatrix}$$

$$(U^T U)^{-1} U^T \mathbf{a}_{24} = \begin{pmatrix} 0,89756 \\ -0,0047916 \end{pmatrix} \text{ d'où } \mathbf{a}_{24} = -0,0047916x + 0,89756$$

Incertitudes :

Nous pouvons donner une incertitude sur les valeurs de  $A_{13}, B_{13}, A_{24}, B_{24}$

On sait que  $\alpha_{13}$  et  $\alpha_{24}$  sont trouvés à  $\pm 3.10^{-3}$  donc  $V(\alpha_i) = \pm 3.10^{-6}$

$$\text{Donc la matrice des variances est } (U^T U)^{-1} \cdot V(\mathbf{a}_i) = \begin{pmatrix} V(\hat{B}_{13}) & \text{cov}(B_{13}, A_{13}) \\ \text{cov}(B_{13}, A_{13}) & V(\hat{A}_{13}) \end{pmatrix}$$

$$(U^T U)^{-1} \cdot V(\mathbf{a}_i) = \frac{1}{60225} \begin{pmatrix} 22425 & -405 \\ -405 & 10 \end{pmatrix} * 3.10^{-6}$$

$$\text{D'où } V(\hat{B}_{13}) = V(\hat{B}_{24}) = 1.10^{-6}$$

$$V(\hat{A}_{13}) = V(\hat{A}_{24}) = 5.10^{-10}$$

$$A_{13} = -0,00468435 \pm 5.10^{-10} \text{ mm}^{-1}$$

$$B_{13} = 0,904016 \pm 1.10^{-6}$$

et

$$A_{24} = -0,0047916 \pm 5.10^{-10} \text{ mm}^{-1}$$

$$B_{24} = 0,89756 \pm 1.10^{-6}$$

### Conclusions :

Ces équations de courbes nous permettent de faire une analyse des résidus :

avec  $\epsilon_{13} = \text{valeur}_{\text{mesurée}} - \text{valeur}_{\text{théorique}}$

X en mm	0	10	20	30	40	45	50	60	70	80
Mesure $\alpha_{13i}$	0.906	0.86	0.81	0.76	0.713	0.69	0.671	0.625	0.578	0.53
Valeur théorique	0.9040 2	0.85718	0.81033	0.76349	0.71664	0.69322	0.6698	0.62296	0.57611	0.5292 7
Ecart $\epsilon_{13} (10^{-3})$	1.98	2.82	-0.33	-3.5	-3.6	-3.2	1.2	2	1.8	0.73
Mesure $\alpha_{24i}$	0.898	0.852	0.804	0.752	0.704	0.68	0.655	0.608	0.565	0.517
Valeur théorique	0.8975 6	0.84964	0.80173	0.75381	0.7059	0.68194	0.65798	0.61006	0.56215	0.5142 3
Ecart $\epsilon_{24} (10^{-3})$	0.44	2.35	2.27	-1.8	-1.89	-1.93	-2.9	-2	2.8	2.76

Les écarts sont à l'intérieur des incertitudes estimées sur la mesure de  $\alpha_{13}$  et  $\alpha_{24}$  qui était de  $\pm 3 \cdot 10^{-3}$   
La méthode des moindres carrées nous a donc permis de linéariser la fonction (en minimisant les erreurs).

**Le condensateur de Lampard est donc linéaire.**

Les valeurs de  $\alpha_{13}$  et  $\alpha_{24}$  sont peu différentes ( $10^{-2}$  près), on peut donc en conclure que **Le condensateur de Lampard est symétrique.**

### **III. Etalonnage par substitution d'une capacité de 0.25pF**

On place  $C_1=0,25\text{pF}$  entre 1 et 3. On garde le préamplificateur comme précédemment.

- on branche le condensateur de Lampard (1-3) en parallèle avec le condensateur  $C_1$ .
- en  $U_2$  on branche un condensateur de référence  $C_2=0.30\text{pF}$
- on rentre l'écran G au maximum, ce qui correspond à une capacité minimale.
- on fait l'équilibre du pont : on note  $\alpha_{13}=0.75$
- on enlève  $C_1$  et on retrouve l'équilibre en sortant l'écran G

on relève plusieurs valeurs de  $\delta_{13}$

128.25	128.2	128.15	128.3
--------	-------	--------	-------

On fait de même pour le condensateur de Lampard entre les bornes 2 et 4 :

on relève plusieurs valeurs de  $\delta_{24}$

127.85	127.75	128.1	127.9
--------	--------	-------	-------

Valeur de  $C_1$  :

La relation  $C_{1i}=1,95462 \cdot \delta_i$  nous donne la valeur de  $C_{1-i}$ .

Or  $\hat{d}_{13} = 128,4625 \text{ mm}$

$\hat{d}_{24} = 127,9 \text{ mm}$

$C_{1-13} = 1,95462 \cdot 0,1284625$

$C_{1-24} = 1,95462 \cdot 0,1279$

$C_{1-13} = 0,2510953 \text{ pF}$

$C_{1-24} = 0,24999 \text{ pF}$

Incertitudes :

On constate que l'incertitude de  $C_1$  est directement liée à celles du vernier et des cales.

$\Delta d_l = \Delta_{\text{vernier}} + \Delta_{\text{cales}}$

On peut considérer l'incertitude du vernier et des cales au 1/100 de millimètre donc :

$\Delta d_l = 0,02 + 0,02 = 0,04 \text{ mm}$

$u_{d_l}^2 = \frac{S_{d_l}^2}{n} + \frac{\Delta d_l^2}{3}$

$u_{d_{13}}^2 = \frac{(0,065)^2}{4} + \frac{0,04^2}{3}$

$u_{d_{24}}^2 = \frac{(0,147)^2}{4} + \frac{0,04^2}{3}$

donc  $u_{d_{13}}^2 = 0,00159 \text{ mm}^2$

et

$u_{d_{24}}^2 = 0,00593 \text{ mm}^2$

$u_{d_{13}}^2 = 0,00159 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$

$u_{d_{24}}^2 = 0,00593 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$

on obtient donc :

$V(C_{1-13}) = \left( \frac{\partial C_{1-13}}{\partial d_{13l}} \right)^2 V(d_{13l}) = (1,95462)^2 \cdot 0,00159 \cdot 10^{-6}$ $V(C_{1-13}) = 6 \cdot 10^{-9} \text{ pF}^2$ $\Rightarrow s_{C_{1-13}} = 7,8 \cdot 10^{-5} \text{ pF}$	$V(C_{1-24}) = \left( \frac{\partial C_{1-24}}{\partial d_{124}} \right)^2 V(d_{124}) = (1,95462)^2 \cdot 0,00593 \cdot 10^{-6}$ $V(C_{1-24}) = 1,1 \cdot 10^{-8} \text{ pF}^2$ $\Rightarrow s_{C_{1-24}} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ pF}$
---	---

**$C_{1-13} = 0,25109 \text{ pF} \pm 8 \cdot 10^{-5} \text{ pF}$**

**$C_{1-24} = 0,24999 \text{ pF} \pm 1 \cdot 10^{-4} \text{ pF}$**

$$C = \frac{C_{1-13} + C_{1-24}}{2} \Rightarrow s_C^2 = \frac{1}{4} (s_{C_1}^2 + s_{C_2}^2)$$

**$C_1 = 0,25054 \text{ pF} \pm 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ pF}$**

#### IV. Pont de comparaison de capacités

Cette manipulation permet d'étalonner deux capacités de 4700pF en faisant la réalisation de la chaîne suivante :

0,25 pF comparée à 4,7 pF  
 4,7 pF comparée à 47 pF  
 47 pF comparée à 470 pF  
 470 pF comparée à 4700 pF ( $C_1$ )  
 470 pF comparée à 4700 pF ( $C_2$ )

Pour chaque couple de capacités on fait l'équilibre. On note la valeur de l'atténuateur et on peut ainsi déterminer la valeur des différentes capacités placées en  $U_2$  par la relation :

$$C_2 = \frac{C_1}{\mathbf{a}_k - \frac{C_1(\Gamma_1 - \Gamma_2 \mathbf{a}_k)}{\Gamma_1 \Gamma_2}} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} \Gamma_1 &= 0,4708 \mathbf{mF} \\ \Gamma_2 &= 0,4846 \mathbf{mF} \end{aligned}$$

Incertitude de  $C_2$  :

On applique la loi de compositions des variables

$$\mathbf{s}_{C_2}^2 = \left( \frac{\partial C_2}{\partial C_1} \right)^2 \mathbf{s}_{C_1}^2 + \left( \frac{\partial C_2}{\partial \mathbf{a}_k} \right)^2 \mathbf{s}_{\mathbf{a}_k}^2$$

$$\text{avec } \frac{\partial C_2}{\partial C_1} = \mathbf{a}_k \frac{(\Gamma_1 \Gamma_2)^2}{[\Gamma_1 \Gamma_2 \mathbf{a}_k - C_1(\Gamma_1 - \Gamma_2 \mathbf{a}_k)]^2} \Rightarrow \left( \frac{\partial C_2}{\partial C_1} \right)^2 = \mathbf{a}_k^2 \left[ \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{\Gamma_1 \Gamma_2 \mathbf{a}_k - C_1(\Gamma_1 - \Gamma_2 \mathbf{a}_k)} \right]^4$$

$$\text{et } \frac{\partial C_2}{\partial \mathbf{a}_k} = \frac{C_1(\Gamma_2 - \Gamma_1 \Gamma_2)^2}{[\Gamma_1 \Gamma_2 \mathbf{a}_k - C_1(\Gamma_1 - \Gamma_2 \mathbf{a}_k)]^2} \Rightarrow \left( \frac{\partial C_2}{\partial \mathbf{a}_k} \right)^2 = C_1^2 \left[ \frac{(\Gamma_2 - \Gamma_1 \Gamma_2)}{\Gamma_1 \Gamma_2 \mathbf{a}_k - C_1(\Gamma_1 - \Gamma_2 \mathbf{a}_k)} \right]^4$$

$$\mathbf{s}_{C_1} = 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ pF (trouvé page 7)}$$

$$\mathbf{s}_{\mathbf{a}_k}^2 = \frac{1}{n-2} \sum (\mathbf{s}_i - \hat{\mathbf{s}}_i)^2 \quad (\text{terme négligeable devant l'écart type de } C_1)$$

$$\text{Donc } \mathbf{s}_{C_2}^2 = \left( \frac{\partial C_2}{\partial C_1} \right)^2 \mathbf{s}_{C_1}^2 \Rightarrow \mathbf{s}_{C_2} = \left( \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{\Gamma_1 \Gamma_2 \mathbf{a}_k - C_1(\Gamma_1 - \Gamma_2 \mathbf{a}_k)} \right)^2 \mathbf{s}_{C_1}$$

tableau récapitulatif :

C <sub>1</sub> (pF)	C <sub>2</sub> (pF)	$\alpha_k$	C <sub>2</sub> calculée(pF)	s <sub>c2</sub> (pF)	C <sub>2</sub> (pF)
0,25054	4,7	0,0575	4,357	0,00417	4,357±0,004
4,7	47	0,092	51,0918	0,0435	51,09±0,04
47	470	0,102	461,1768	0,398	461,1±0,4
470	4700 (C <sub>1</sub> )	0,1021	4642,7982	4,667	4642,8±4,6
470	4700 (C <sub>2</sub> )	0,1022	4638,2118	4,662	4638±4,6

En utilisant le pont de comparaison de capacité nous avons donc étalonné deux capacités de 4700pF avec leur incertitude :

$$C_1 = 4642,8 \text{ pF} \pm 4 \text{ pF}$$

$$C_2 = 4638,2 \text{ pF} \pm 4 \text{ pF}$$

## V. Pont de comparaison résistances-capacitances

-La tension du générateur est ramenée à 2V, et on réalise le montage de la figure 8.

Nous allons déterminer les valeurs de 2 résistances de 22k $\Omega$  par comparaison avec les 2 capacités trouvées précédemment.

-les 2 commutateurs sur la position « 2 » :  
on règle  $10 \cdot 10^{-1} = 1$   
on équilibre avec Z<sub>a</sub> et Z<sub>b</sub>

-les 2 commutateurs sur la position « 3 » :  
on équilibre avec AU<sub>3</sub> et FU<sub>3</sub>

-les 2 commutateurs sur la position « 4 » :  
on équilibre avec U<sub>2</sub> et FU<sub>2</sub>

**on relève alors a=1,1**

Détermination du rapport  $\frac{Y_1 Y_3}{Y_2 Y_4}$

D'après la relation (28) on a :  $\frac{Y_1 Y_3}{Y_2 Y_4} = \mathbf{a}_k \frac{\Gamma_2}{\Gamma_2 + C_2} \Rightarrow Y_1 Y_3 = Y_2 Y_4 \mathbf{a}_k \frac{\Gamma_2}{\Gamma_2 + C_2}$

Avec  $Y_2 Y_4 = C_1 C_2 W^2$

Application numérique :  $C_1 = 4642,8 \text{ pF}$   
 $C_2 = 4638,2 \text{ pF}$   
 $G_2 = 484,6 \cdot 10^3 \text{ pF}$   
 $\mathbf{a}_k = 1,1$

$$Y_2 Y_4 = 2,0424553931 \text{ F}^2 \cdot \text{rad}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

$$Y_1 Y_3 = 2,22540118872 \text{ F}^2 \cdot \text{rad}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

Détermination des résistances :

$\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{Y_1}{Y_3} = K \mathbf{a}_1$  avec  $Z_1 = R_1$  ;  $Z_2 = R_2$  ;  $K = 0,980873$  ;  $\mathbf{a}_1 = 1,019$  (trouvé en première partie page 2)

d'où  $\frac{Y_1}{Y_3} = 0,9995$  et  $Y_3 = \sqrt{\frac{Y_1 Y_3}{K \mathbf{a}_1}} = \sqrt{\frac{2,2254011887 \cdot 2 \cdot 10^{-9}}{0,980873 \cdot 1,019}} = 4,718573 \cdot 10^{-5} \Omega^{-1}$   
 $Y_1 = K \mathbf{a}_1 * Y_3 = 0,9995 * 4,718573 \cdot 10^{-5} = 4,7162137 \cdot 10^{-5} \Omega^{-1}$

donc

$$R_1 = \frac{1}{Y_1} \Rightarrow R_1 = 21203 \Omega$$

$$R_2 = \frac{1}{Y_3} \Rightarrow R_2 = 21192 \Omega$$

Incertitudes sur  $R_1$  et  $R_2$  :

Loi de composition des variances :  $\mathbf{s}_{R_1}^2 = \left( \frac{\partial R_1}{\partial Y_1} \right)^2 \mathbf{s}_{Y_1}^2$  or  $\mathbf{s}_{Y_1}^2 = \left( \frac{\partial Y_1}{\partial Y_3} \right)^2 \mathbf{s}_{Y_3}^2 = 0,9995 * \mathbf{s}_{Y_3}^2$

Et  $\mathbf{s}_{Y_3}^2 = \left( \frac{\partial Y_3}{\partial \mathbf{a}_k} \right)^2 \mathbf{s}_{\mathbf{a}_k}^2 + \left( \frac{\partial Y_3}{\partial \mathbf{a}_1} \right)^2 \mathbf{s}_{\mathbf{a}_1}^2 + 2 * \left( \frac{\partial Y_3}{\partial Y_2} \right)^2 \mathbf{s}_{Y_2}^2$

A.N. :  $\left( \frac{\partial Y_3}{\partial Y_2} \right)^2 = \left[ \frac{\mathbf{a}_k Y_4 K \Gamma_2}{4 \mathbf{a}_1 Y_2 (\Gamma_2 + C_2)} \right] = 0,2314$  et  $\left( \frac{\partial Y_3}{\partial \mathbf{a}_1} \right)^2 = \left[ \frac{Y_2 Y_4 K \Gamma_2}{4 \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_{k2} (\Gamma_2 + C_2)} \right] = 4,8 \cdot 10^{-10}$

Les incertitudes sur  $\mathbf{a}_1$  et  $\mathbf{a}_k$  sont négligeables devant l'incertitude de  $Y_2$ .

$$\text{Donc } s_{Y_3}^2 = 2 * \left( \frac{\partial Y_3}{\partial Y_2} \right)^2 s_{Y_2}^2 = 2 * \left( \frac{\partial Y_3}{\partial Y_2} \right)^2 * (C_1^2 s_w^2 + w^2 s_{C_1}^2)$$

On ne connaît pas l'incertitude sur « ? ».  
Mais je pense que celle ci est négligeable devant celle de G.

$$s_{Y_3}^2 = 2 * \left( \frac{\partial Y_3}{\partial Y_2} \right)^2 s_{Y_2}^2 = 2 * \left( \frac{\partial Y_3}{\partial Y_2} \right)^2 * (w^2 s_{C_1}^2) = 2 * 0,2314 * (2p * 1550)^2 * s_{C_1}^2$$

$$s_{Y_3}^2 = 1,5 \cdot 10^{-15} \Omega^{-2}$$

(4 pF trouvé page 9)

$$\text{donc } s_{Y_1}^2 = \left( \frac{\partial Y_1}{\partial Y_3} \right)^2 s_{Y_3}^2 = 0,9995 * s_{Y_3}^2 = 0,9995 * 1,5 \cdot 10^{-15}$$

$$s_{Y_1}^2 = 1,49 \cdot 10^{-15}$$

$$s_{R_1}^2 = \left( \frac{\partial R_1}{\partial Y_1} \right)^2 s_{Y_1}^2 = \frac{s_{Y_1}^2}{Y_1^4} = R_1^4 * s_{Y_1}^2 = (21203)^4 * 1,49 \cdot 10^{-15} = 301,14 \Omega^2$$

$$s_{R_1} = 17,3 \Omega$$

il en est de même pour l'incertitude sur R<sub>2</sub> :

$$s_{R_2}^2 = \left( \frac{\partial R_2}{\partial Y_3} \right)^2 s_{Y_3}^2$$

$$s_{R_2}^2 = \left( \frac{\partial R_2}{\partial Y_3} \right)^2 s_{Y_3}^2 = \frac{s_{Y_3}^2}{Y_3^4} = R_2^4 * s_{Y_3}^2 = (21192)^4 * 1,5 \cdot 10^{-15} = 302,5 \Omega^2$$

$$s_{R_2} = 17,4 \Omega$$

$$R_1 = 21203 \Omega \pm 17 \Omega$$

$$R_2 = 21192 \Omega \pm 17 \Omega$$

### Conclusions

Nous avons déterminé la valeur de deux résistances à partir d'une capacité calculable ainsi que l'incertitude sur les valeurs de ces résistances. On remarque que les valeurs trouvées dépendent essentiellement des valeurs des condensateurs C<sub>1</sub> et C<sub>2</sub> trouvés page 9 qui eux même dépendent de la longueur de l'écran G et de l'incertitude associée. Il est vrai que l'on pourrait augmenter la précision en effectuant une mesure de distance à l'aide d'un interféromètre mais déjà nous avons pu nous rendre compte des possibilités de précisions grâce au condensateur de Lampard.

En déterminant la valeur d'une capacité de 0.25 pF nous avons ensuite pu comparer celle ci à d'autres capacités à l'aide de ponts de comparaisons où, la encore la précision est bonne grâce à la sensibilité réglable du détecteur.